

# KMAP による振動解析－単振り子の制御

2017(H29). 11. 28 片柳亮二

【問題】 図1のように， $O$ 点に固定した長さ $l$ の棒に質量 $m$ の物体をつるし，角度 $\theta$ の情報をトルク $T$ にフィードバックすることにより，振動の減衰比を大きくせよ。

ただし， $l=0.3$ (m)， $m=0.5$ (kg)，またアクチュエータの減衰比 $\zeta=0.7$ ，固有角振動数 $\omega_n=20$ (rad/s)とする．なお，棒の質量は無視する．

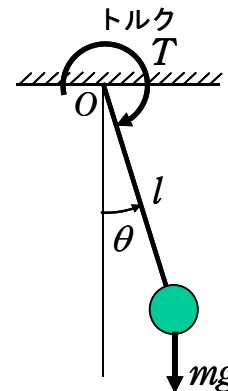


図1 単振り子

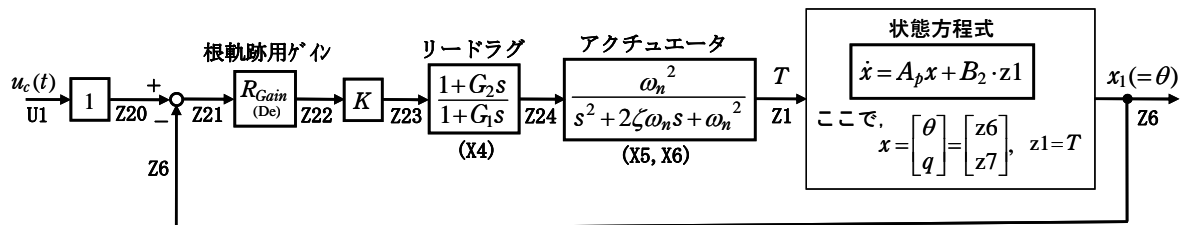


図2 単振り子の制御系

【解】 回転運動の方程式は， $O$ 点まわりの慣性モーメントを $I$ として，次式で与えられる．

$$I\ddot{\theta} = -mgl\sin\theta - T \quad (1)$$

ここで，慣性モーメントは $I = ml^2$ である．また，角度 $\theta$ は小さいとして， $\sin\theta \doteq \theta$ と近似すると，運動方程式は次のようになる．

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\theta - \frac{T}{ml^2} \quad (2)$$

いま， $q = \dot{\theta}$ とすると(2)式は次の状態方程式で表される．

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{ml^2} \end{bmatrix} T \quad (3)$$

この状態方程式について，図2に示す制御系をKMAPで解析してみよう．

KMAP(バージョン 114 以降)を起動して，

① 「KMAP\*\*\*解析内容選択画面」⇒ “4” キーイン

- ② 「データファイル利用方法」 ⇒ “3” をキーイン  
 ③ 「例題ファイルデータの取得」 ⇒ ここでは例として，“2” をキーイン  
 ④ 「2：KMAPによる工学解析入門」 ⇒ “14” キーイン  
 ⑤ 「新しいファイル名入力してください」と表示されるので、以下、次のようにキーイン

```
0 1 9 1 0 0 0 0 1 3 2 1 21 2 22 3 23 888
98 0 0 0 0 0 0 0 1 4
```

これで解析計算が自動的に実行されて、フィードバックゲインおよび安定解析結果が次のように表示される。

```
***** (フィードバック前の極チェック) *****
***** POLES *****
POLES( 5), EIVMAX= 0.200D+02
  N      REAL      IMAG
  1  -0.14000000D+02  -0.14282857D+02 [ 0.7000E+00, 0.2000E+02]
  2  -0.14000000D+02   0.14282857D+02  周期 P(sec)= 0.4399E+00
  3  -0.47732697D+01   0.00000000D+00
  4   0.00000000D+00  -0.57154758D+01 [ 0.0000E+00, 0.5715E+01]
  5   0.00000000D+00   0.57154758D+01  周期 P(sec)= 0.1099E+01
*****
(以下の解析結果はインプットデータの制御則による)
***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 5), EIVMAX= 0.1939D+02
  N      REAL      IMAG
  1  -0.13158461D+02  -0.14244849D+02 [ 0.6785E+00, 0.1939E+02]
  2  -0.13158461D+02   0.14244849D+02  周期 P(sec)= 0.4411E+00
  3  -0.26483009D+01  -0.26814181D+01 [ 0.7027E+00, 0.3769E+01]
  4  -0.26483009D+01   0.26814181D+01  周期 P(sec)= 0.2343E+01
  5  -0.11597453D+01   0.00000000D+00
ZEROS( 1), II/JJ= 4/ 1, G=-0.9348D+04
  N      REAL      IMAG
  1  -0.60096154D+01   0.00000000D+00
***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 5), EIVMAX= 0.2000D+02
  N      REAL      IMAG
  1  -0.14000000D+02  -0.14282857D+02 [ 0.7000E+00, 0.2000E+02]
  2  -0.14000000D+02   0.14282857D+02  周期 P(sec)= 0.4399E+00
  3  -0.47732697D+01   0.00000000D+00
  4   0.00000000D+00  -0.57154758D+01 [ 0.0000E+00, 0.5715E+01]
  5   0.00000000D+00   0.57154758D+01  周期 P(sec)= 0.1099E+01
ZEROS( 1), II/JJ= 1/ 4, G= 0.9348D+04
  N      REAL      IMAG
  1  -0.60096154D+01   0.00000000D+00
```

---

周波数	ゲイン余裕	位相余裕
2.10000 (rad/s)		(1) 12.47910 (deg)
7.60000 (rad/s)		(2) 141.93675 (deg)

---

ゲイン余裕最小値=900.00000 (dB), 位相余裕最小値= 12.47910 (deg)

---

★ 伝達関数のゲイン最大値指定なし  
 ★ 安定余裕指定なし  
 &&&&&(最適ゲイン探索結果)&&&&&  
 & ( 1) 21行目 0.1324E+01 &



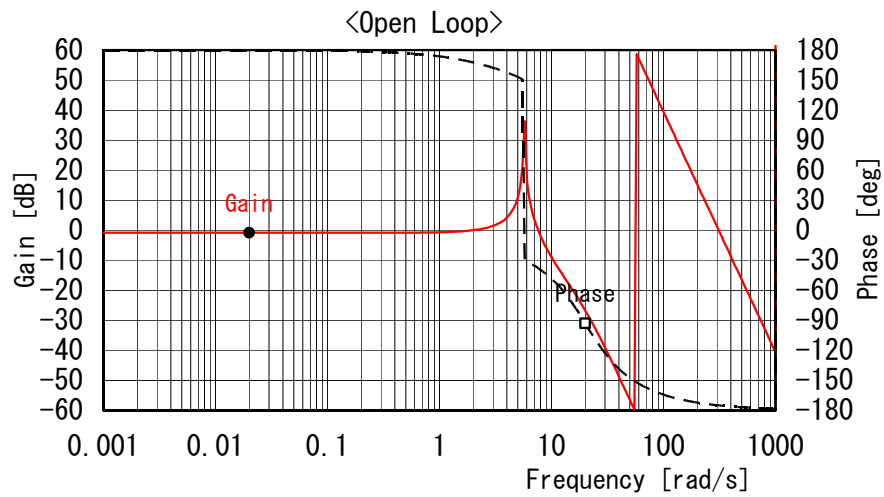


図 5 オープンループ周波数特性

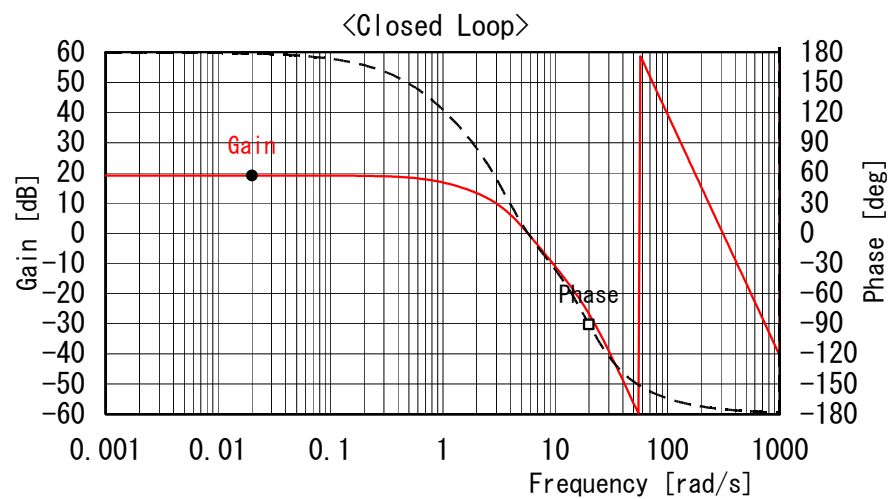


図 6 閉ループ周波数特性

次に、「解析結果の表示」画面で「7」とキーインして、Excel 図メニューから「KMAP(Simu5)1」を選択して縦目盛りを修正すると次の図を得る。

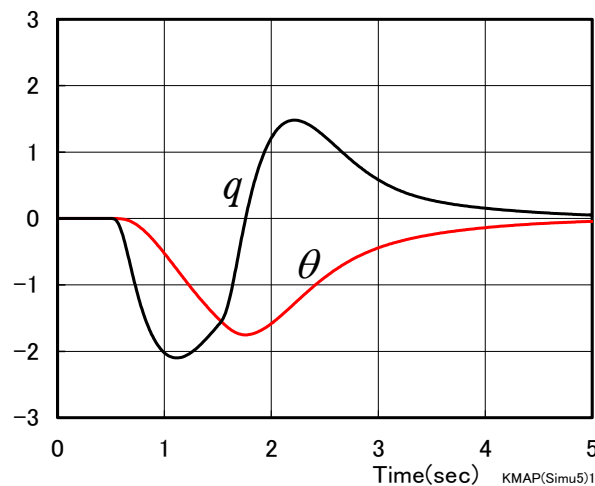


図 4 シミュレーション  
( $t=0.5\sim 1.5$  秒にトルク  $T=0.3$  入力)

「解析結果の表示」の画面で「101」とキーイン/Enterすると、次の KMAP 線図を表示できる。これは、インプットデータを入力順番にグラフ化したもので、制御系のブロック図にミスがないか確認するのに有効である。

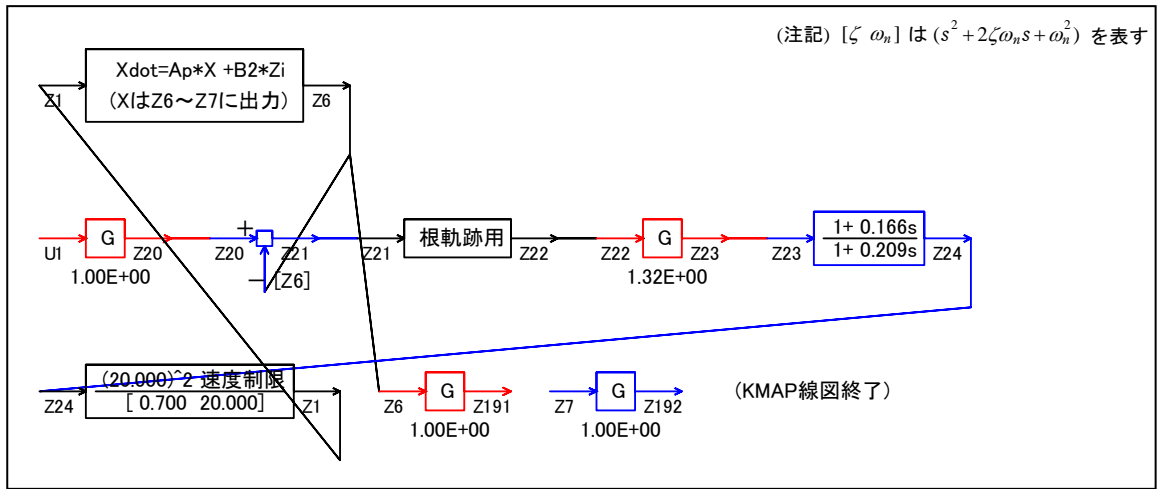


図 5 KMAP 線図 (1)

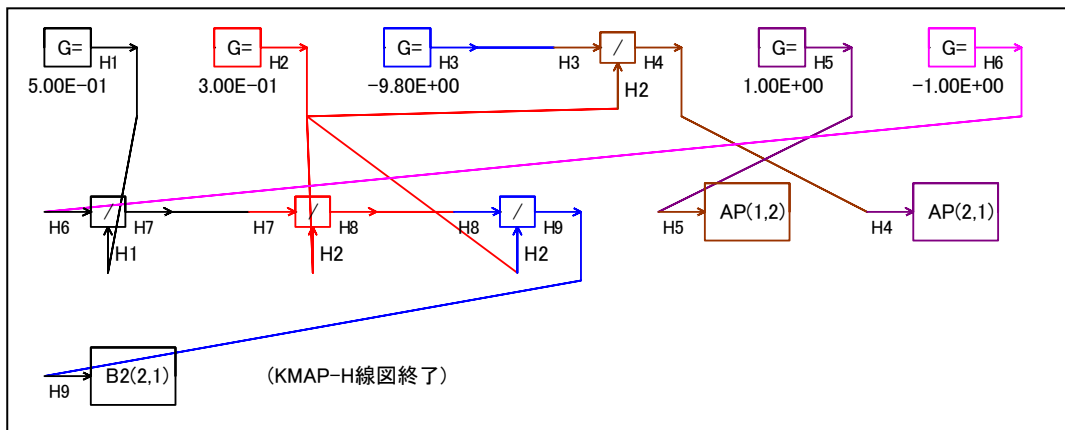


図 6 KMAP 線図 (2)

「解析結果の表示」画面で「15」とキーインすると、このケースのインプットデータを表示することができる。被制御系の状態方程式の次元数は2で、この次元数はインプットデータの最初の部分にて指示する。

(同様な問題では、このように例題ファイルをコピー利用して、数値を変更して解析を行っていくのがミスを防ぐのに有効)

```
#####(インプットデータ)#####
EIGE.Q3.1-1(2).DAT ... (単振り子制御)
NXP                = 2
tmax(s)            = 10.000
1. NU1-----> 6
  T , U1           0.0000    0.0000
                   0.5000    0.0000
                   0.5100    0.3000
                   1.5100    0.3000
                   1.5200    0.0000
```

```

60.0000      0.0000
3. NU3-----> 2
  T , U3      0.0000      0.0000
              60.0000      0.0000
5. NU5-----> 2
  T , U5      0.0000      0.0000
              60.0000      0.0000
*****10*****20*****30*****40*****50*****60*****70*****
<積分数, IRIG, TDEBUG 時間, 補間関数> 6 0 0.0 0
  <Control System Data>      Hi *---GAIN---NCAL*N01*N02*N03*NGO*LNO
1  //AP, B2 行列データ設定
2  H1=G; (m)                  H 0  0.5000E+00  11  1  0  0  0  0
3  H2=G; (l)                  H 0  0.3000E+00  11  2  0  0  0  0
4  H3=G; (-g)                 H 0 -0.9800E+01  11  3  0  0  0  0
5  H4=H3/H2; (-g/l)          H 0                    24  4  3  2  0  0
6  H5=G; (1.0)                H 0  0.1000E+01  11  5  0  0  0  0
7  H6=G; (-1.0)               H 0 -0.1000E+01  11  6  0  0  0  0
8  H7=H6/H1; (-1/m)           H 0                    24  7  6  1  0  0
9  H8=H7/H2; (-1/ml)          H 0                    24  8  7  2  0  0
10 H9=H8/H2; (-1/ml2)         H 0                    24  9  8  2  0  0
11 AP(I1, J2)H5;              H 0                    621  1  2  5  0  0
12 AP(I2, J1)H4;              H 0                    621  2  1  4  0  0
13 //(コントロール入力)=(Z1, Z3, Z5)
14 B2(I2, J1)H9;              H 0                    623  2  1  9  0  0
15 //
16 {Print(AP, B2, CP)} I2, J1, K1; H 0                    671  2  1  1  0  0
17 Z20=U1*G;                   H 0  0.1000E+01  52  20  1  0  0  0
18 Z21=Z20-Z6;                 H 0                    36  21  20  6  0  0
19 //(開ループ, 根軌跡用ゲイン) (De)
20 Z22={RGAIN(De)} Z21;        H 0                    301  22  21  0  0  0
21 Z23=Z22*G; (K)              H 0  0.1324E+01  53  23  22  0  0  0
22 Z24={(1+G2S)/(1+G1S)} Z23X4; H 0  0.2095E+00  113  24  23  4  0  0
23                               H 0  0.1664E+00  113  0  0  0  0  0
24 //(アクチュエータ, 2次遅れ)
25 Z1={G2^2/[G1G2]G3} Z24X5X6; H 0  0.7000E+00  124  1  24  5  0  0
26                               H 0  0.2000E+02  124  0  0  6  0  0
27                               H 0  0.1000E+04  124  0  0  0  0  0
28 //-----
29 //安定解析出力に追加する場合
30 //は, 下記に R(6+NXP)~を設定.
31 //シミュレーション用出力(Z191~Z200)
32 //(このデータが TES6. DAT に入る)
33 Z191=Z6*G; (x1)              H 0  0.1000E+01  53  191  6  0  0  0
34 Z192=Z7*G; (x2)              H 0  0.1000E+01  53  192  7  0  0  0
35 //(最後に次の END 文が必要)
36 {Pitch Data END};            H 0                    899  888  887  886  0  0
37 //*-----
38 //*(注1)状態方程式使用の場合
39 //* Z1, Z3, Z5 : 制御入力設定済
40 //* Z6~(NXP 個) : 状態変数設定済
41 //* Ri は安定解析の出力で下記注意
42 //* R6~(NXP 個) : 状態変数に対応
43 //* R(6+NXP)~Rn: 出力変数の追加
44 //* 解析出力キーは i=4~(R 設定数)
45 //*
46 //*(注2)状態方程式使用しない場合
47 //* Zi は全て通常の Z 変数
48 //* R6~出力変数を設定
49 //* 解析出力キーは i=4~(R 設定数)
50 //\$
----- (縦系ゲイン最適化 - 探索範囲) -----

```

```

探索ゲイン数= 3
( 1) 21 行目  0.1000E+00~ 0.1000E+02
( 2) 22 行目  0.1000E+00~ 0.1000E+02
( 3) 23 行目  0.1000E+00~ 0.1000E+02
重み係数= 0.0000E+00  影響範囲(rad/s)= 0.0000E+00
***** (ゲイン最適化ー重み関数 W(s)) *****
極の数= 0
零点数= 0
ゲイン= 0.0000E+00 -----
          初期値 X( 1)= 0.0000E+00
                X( 2)= 0.0000E+00
51 {Control Data END};          H 0          999  0  0  0  0  0
----- (DATA END) -----

```

---

(参考図書)

- 1) 片柳亮二：KMAPによる工学解析入門，産業図書，2011.
- 2) 片柳亮二：初学者のためのKMAP入門，産業図書，2012.

以上